

Первая часть курса.

1. Основные понятия об обыкновенных дифференциальных уравнениях (ОДУ) и системах ОДУ. Примеры математических моделей: движение точки в пространстве, динамика популяции.
2. ОДУ в симметричном виде. Общий интеграл. Уравнение в полных дифференциалах (УПД), теорема об общем интеграле. Теорема о необходимом и достаточном условии того, что уравнение является УПД.
3. Задача Коши для ОДУ первого порядка, разрешенного относительно производной. Лемма Гронуолла-Беллмана. Теорема единственности решения задачи Коши.
4. Теорема существования решения задачи Коши для ОДУ первого порядка, разрешенного относительно производной.
5. Дифференциальное уравнение первого порядка, не разрешенное относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые решения уравнения первого порядка, примеры.
6. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Теорема единственности решения задачи Коши для нормальной системы n -ого порядка.
7. Теорема существования решения задачи Коши для нормальной системы на всем отрезке.
8. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n -ого порядка на всем отрезке.
9. Теоремы существования и единственности решения линейной системы ОДУ и решения линейного ОДУ n -ого порядка на всем отрезке.
10. Общие свойства линейного ОДУ n -ого порядка.
11. Линейная зависимость и независимость скалярных функций. Определитель Вронского. Примеры.
12. Линейная зависимость и независимость решений линейного однородного ОДУ n -ого порядка. Теорема об альтернативе для определителя Вронского.
13. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ОДУ n -ого порядка. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении линейного однородного ОДУ n -ого порядка.
14. Общее решение линейного неоднородного ОДУ n -ого порядка. Метод вариации постоянных.
15. Построение ФСР линейного ОДУ n -ого порядка с постоянными коэффициентами.
16. Построение дифференциального уравнения n -ого порядка по заданной системе решений. Формула Остроградского-Лиувилля.
17. Общая теория однородных линейных систем ОДУ. Теорема об эквивалентности системы ОДУ матричному ОДУ. Свойства решений матричного ОДУ.
18. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Определитель Вронского. Примеры.
19. Линейная зависимость и независимость решений линейной однородной системы ОДУ. Теорема об альтернативе для определителя Вронского.
20. ФСР линейной однородной системы ОДУ. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении линейной системы ОДУ. Матрицант.
21. Общее решение линейной неоднородной системы ОДУ. Метод вариации постоянных.
22. Построение ФСР системы ОДУ с постоянными коэффициентами в случае существования базиса из собственных векторов матрицы системы.
23. Построение ФСР системы ОДУ с постоянными коэффициентами в случае, когда нет базиса из собственных векторов матрицы системы.

Вторая часть курса.

1. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от правой части и начальных данных. Теорема сравнения (неравенство Чаплыгина).
2. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от параметра в начальном условии и правой части.
3. Теорема о дифференцируемости по параметру решения задачи Коши.
4. Основные понятия теории устойчивости по Ляпунову. Теорема об асимптотической устойчивости решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами.
5. Теорема об устойчивости решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Теорема о неустойчивости решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами.
6. Теорема об исследовании устойчивости решения системы по первому приближению (формулировка). Примеры.
7. Исследование устойчивости решения системы на основе функций Ляпунова. Теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости.
8. Исследование поведения решения системы в окрестности точек покоя. Классификация точек покоя.
9. Постановка краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка, редукция к основной краевой задаче.
10. Тождество Лагранжа, формула Грина, формула для определителя Вронского.
11. Функция Грина. Существование и единственность функции Грина.
12. Решение краевой задачи для неоднородного ОДУ с помощью функции Грина.
13. Существование и единственность решения краевой задачи для нелинейного уравнения.
14. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
15. Первые интегралы (ПИ) нормальной системы ОДУ, производная в силу системы. Теорема о представлении решения задачи Коши с помощью функционально независимых ПИ.
16. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка. Связь решения с первым интегралом. Теорема об общем решении.
17. Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка. Теорема о неявном определении решения через первый интеграл. Характеристики. Необходимое и достаточное условие для решения уравнения.
18. Функционалы, примеры. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
19. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
20. Необходимое условие экстремума для функционала, содержащего производные высших порядков.
21. Необходимое условие экстремума для функционала, зависящего от функции двух переменных.
22. Задача на условный экстремум.
23. Вариационное свойство собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.